θ	0		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{3}$		2π
$\cos(\theta-\frac{\pi}{6})$	+	$\|$	0	-	0	+	

si $\theta=\frac{2\pi}{3}$ ou $\theta=\frac{5\pi}{3}$ alors $c=0$

si $\theta\in\left[0,\frac{2\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$ alors $c=\left[2r\cos(\theta-\frac{\pi}{6}),\frac{\pi}{6}\right]$

si $\theta\in\left]\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right[$ alors $c=\left[-2r\cos(\theta-\frac{\pi}{6}),\frac{7\pi}{6}\right]$

θ	0		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{3}$		2π
$\cos(\theta-\frac{\pi}{6})$	+	$\|$	0	-	0	+	

si $\theta=\frac{2\pi}{3}$ ou $\theta=\frac{5\pi}{3}$ alors $c=0$

si $\theta\in\left[0,\frac{2\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$ alors $c=\left[2r\cos(\theta-\frac{\pi}{6}),\frac{\pi}{6}\right]$

si $\theta\in\left]\frac{2\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right[$ alors $c=\left[-2r\cos(\theta-\frac{\pi}{6}),\frac{7\pi}{6}\right]$

Solution 12 :

1°/ $1+e^{i\alpha}=e^{i\frac{\alpha}{2}}e^{-i\frac{\alpha}{2}}+e^{i\frac{\alpha}{2}}e^{i\frac{\alpha}{2}}=e^{i\frac{\alpha}{2}}(e^{i\frac{\alpha}{2}}+e^{-i\frac{\alpha}{2}})=2\cos(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$

Conclusion : $\forall\alpha\in\mathbf{R}$; $1+e^{i\alpha}=2\cos(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$

2°/ On a : $\forall z\in\mathbf{C},\forall z'\in\mathbf{C}$: $\sum_{k=0}^{n}C_n^k z^k z'^{n-k}=(z+z')^n$

On pose $z=e^{i\alpha}$ et $z'=1$ d'où : $\sum_{k=0}^{n}C_n^k e^{i\alpha k}=(1+e^{i\alpha})^n$

Or on a montré que $1+e^{i\alpha}=2\cos(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$